ETLICHE GEOMETRISCHE QUAESTIONES, SO MEHRERTHEYLS BISSHERO NICHT...

Benjamin Bramer

Etliche Geometrische Quæstiones, so mehrertheyls bißhero nicht vblich gewesen:

Solvirt vnd beschrieben

Von

BENJAMIN BRAMERO PHILomathematico vnd Bawmeyſtern zu Marpurg.

Gedruckt zu Marpurg/ durch Paulum Egenolff.

ANNO M DC XVIII.

543.7

Dem Ehrnvesten vnd Kunstreichen Herrn Jobsten Burgi / Röm. Keys. Cammerohrmachern / vnd Fürnemen Mathematico, meinem besondern großgünstigen Herrn Schwagern.

WEgenwertiger Fragen vier / so der Herr Schwager kurtz verwichener zeit / mir zu Cassel zu solvirn auffgegeben / hab ich sampt etlichen andern Nebenfragen folgender massen / doch in eyl / solvirt / wie sie denn auch gleichfals vom Herrn Johanne Molthero, Medicinæ Doctore allhier solvirt worden. Solche hab ich zu beschreiben / ihre Figuren auff ein Kupffer zu reissen / vnd dem Herrn Schwager zu einem glückseligen newen Jahr zu zuschreiben / sonderlich

auß denen vrsachen nicht vnderlassen sollen/ weil solche von dem Herrn Schwager nur erst auffgegebē/ dann auch/ daß er davon gnugsam judiciren kan/ vnd letzlich/ weil deren gleichen/ meines wissens/ nicht vblich gewesen/ oder in Truck außgangen: Dienstlich bittende/ der Herr Schwager wölle jhm meine Arbeyt nicht mißfallen lassen/ vnd vielmehr meine meynung/ ob sie schon nicht artig gnugsam vorgebracht/ als die zierlichkeit deß Schreibens/ neben dem Kunstliebenden Leser/ ansehen. Thue mich jhm zu willigen Diensten befehlen. Datum Marpurg/ den 1. Januarii/ Anno 1618.

Deß Herrn Schw.

D. W.

Benjamin Bramerus.

Etliche

Etliche Geometriſche Fragen / deren vier / als num. 13. 14. 15. vnd 16. von Herrn Jobſten Burgi / mir Benjamin Bramero zu ſolviren auffgegeben.

DIeweil zu ſolvirung derer vier Fragen / ſo mir von Jobſt Burgi propoſirt worden (welche zwar ſchwerer / als ſie ſind / erſtlich angeſehen werden) etliche andere Wiſſenſchafften vnd ſolutiones anderer Exempel dienen vnnd von nöhten ſind / oder ſich ſonſten wol darzu ſchicken / als hab ich ſolche folgender maſſen nach einander geſetzt / vnd ſolvirt.

Die erſte Frage.

Vnd gehet dieſe Frage ſampt den acht folgenden auff einen Triangel / deſſen alle drey ſeiten bekannt gegeben werden / welche dann zu folgenden Solutionen dienen können. vnnd ſollen in ſolchen Exempeln allezeit dieſe Zahlen der dreyen lateram behalten werden / als A C ſey 21. A B 17. vnd B C 10

In allen Triangeln die Arcam zu ſuchen.

GEſchihet alſo: Addire alle 3. ſeiten / kompt 48. die Summa halbirt / iſt 24. davon alle 3. ſeiten / jede inſonderheit genommen / bleibet 3. 7. 14. dieſelbe Differentzen mit einander / als 3. mit 7. das kommende mit 14. multipliart / geben 294. dieſes widerumb mit dem halben theyl der ſummæ aller ſeiten / als mit 24. multipliart / kompt 7056. darauß Radix Quadrata iſt 84. die ge-

ſuchte Area Trianguli. Oder aber ſo manns hat/multiplicire man den Perpendicul B D in A C, kompt die doppel Area Trianguli.

NB. in der 1. Figur iſt für 71. zwiſchen FA 17.

Die II. Frage.

In einem Triangel die ſtück Baſis AD vnd C D, ſo vom Perpendicul B D zuſchnitten werden/ zu finden.

1. Figur.

NAchs alſo: Addirt A B vnd B C, kompt vor A G 27. ſubtrahire auch B C von B A, bleibt A F 7. multiplicire nun A F 7. in A G 27. kompt 180. iſt ſo viel als wann A E in A C multiplicirt were/ laut der 36. propoſ deß 3. Buche Euclidis. Derowegen dividir 189. durch A C 21. kompt vor A E 9. vnd iſt alſo E C 12. deren helffte iſt D C 6. vnd alſo A D 15. Auff dieſe weiſe können die ſtück Baſis auch gleichmäſſig gefunden werden: Quadrire alle 3. ſeiten/ kompt vor A C 441. vor A B 289. vnd vor B C, 100. Subtrahir nun quad B C 100. vom quad. A B 289. bleibt 189. dieſelben durch A C 21. dividirt/ kompt 9. folgends von 21. ſubtrahirt/ bleibt 12. deren helffte iſt D C, wie vor.

Ebenmäſſig auch alſo: Addire die quadrata A B vnnd A C zuſammen/ von ſolcher Summa das Quadrat B C ſubtrahirt/ das bleibende halbirt/ vnd folgends durch B C dividirt/ kompt das ſtück A D, vnd iſt ſolches bey Euclidem in der 12. vnd 13. propoſ 11. vnd andern gnugſam demonſtrirt.

Die III. Frage.

In einem Triangel den Perpendicul zu finden.

1. Figur.

SO man die doppelte Aream durch die Baſin A C dividirt/ kompt der Perpendicul B D. Oder aber durch die 47. prop. deß 1. Buchs Euclid. wann vorhin A D, oder C D gefunden

den worden/quadrire deren theyle/als hie DC 6. iſt 36. quadrire auch BC 10. kompt 100. ſubtrahir nun 36. von 100. bleibt 64. dar auß radix quadrata iſt 8. vor BD, als auch auff der andern ſeiten.

Oder aber wie vor/nach der 36. prop. deß 3. Buche Euclidis: Addir DC 6. zu BC 10. ſubtrahir auch DC 6. von BC 10. kommen vnd bleiben 16. vnd 4. So nun 4. mit 16. multiplicirt werden/ kompt 64. das Quadrat von BD, wie vor. Solches demonſtrirt die Figur gnugſam.

So auch ein Perpendicul auſſerhalb eines Triangels fellt/ als im Triangel ABC, der andern Figur/ der Perpendicul Bm, wann derſelbe vnnd das ſtück Cm geſucht werden ſolte/ kan ſolches alſo geſchehen: Es ſeyen bekannt die ſeiten deß Triangels AB, BC, vnd AC. Man quadrire alle 3. ſeiten/ darnach ſubtrahire man das Quadrat BC, vom Quadrat AB, folgends vom bleibenden das Quadrat AC ſubtrahirt/ den Reſt halbirt/ vnd durch die Baſin AC dividirt/ kompt Cm. Wirt alſo nach der 47. prop. deß 1. oder durch die 36. prop. deß 3. Buchs Euclidis Bm gefunden. 2. Figur.

Zur Demonſtration werde auff Am vnnd Bm zwey Quadrata geſetzt/ als A m i f, vnnd B m d e, ferners werde auch gezogen Cg, der m f parallel/ vnd h r m der weut Cm, der m A parallel/ ſo ſind die quadrata l m vnnd m d gleich dem Quadrat von CB, laut der 47. propoſ. deß 1. Buchs Euclidis. So iſt auch l r g gleich dem Quadrat von AC. So nun das Quadrat von BC, nemlich die zwey quadrata l m, vnnd m d von dem Quadrat AB ſubtrahirt werden/ bleibt der Gnomon CA r l g f h l, von demſelben das Quadrat von AC, als l r i g abgezogen/ bleiben die zwey parallelogramma AC l r, vnnd l h f g, ſo da gemacht ſind von AC in Cm. Derowegen ſo deren eine in AC dividirt wirdt/ ſo kompt das ſtück Cm, welches dann hie zu demonſtriren war.

Die IV. Frage.

Wie groß der Diameter circuli B g ſey / ſo vmb den Triangel mag geſchrieben werden.

3. Figur. SO man A B 10. mit B C 17. multiplicirt / kompt 170. dieſelbe m B d 8. dividirt / gibt vor den Diameter B g 21 1/4. dann nach der 41. prop. deß 3. lib. Euclid. ſind die Winckel g vnd C gleich / ſo iſt B A g nach der 31. prop. deſſelben Buchs ein rechter. Helt ſich derowegen wie d B zu B C, alſo A B zu B g.

Die V. Frage.

Ob das Centrum deß vmbgeſchriebenen Circkels in oder auſſer dem Triangel falle.

3. Figur. SO die zwey quadrata von den zweyen kleinſten ſeiten gröſſer ſind dann das Quadrat der gröſten ſeiten / ſo fellt das Centrum hinein / ſind ſie aber kleiner / ſo fellt es herauß / ſind ſie aber gleich / ſo fellts auff das lengſte latus, vnd iſt derſelbe der Diameter Circuli, nach der 31. prop. lib. 3. vnd 47. prop. lib. 1. Euclidis. Weil nun das Quadrat A B 100. vnnd B C 289. zuſammen 389. machen / welches weniger als das Quadrat A C von 21. als 441. ſo fellt das Centrum auſſerhalb dieſes Triangels.

Die VI. Frage.

Wie weit das Centrum von jedem latere inſonderheit ſey.

3. Figur. NAch der 1. prop. lib. 2. fellt jederzeit ein Lini auß dem Centro recht winckelicht auff jedes latus inſonderheit / als m e vnnd m f, vñ theylet die ſeite / darauff die Lini fellt / in zwey gleiche Theyl. Darumb muß jederzeit das Quadrat der halben ſeiten / das von

von man die weite deß Centri zu wissen begert. Als zum Exempel/ e C vom Quadrat deß halben Diameters m C, bleibt das Quadrat m e, oder nim das Quadrat von halb B C, welches f C vom Quadrat deß Radii m C, bleibt das begerte Quadrat f m. Alſo auch mit AB, ſo kompt was begert worden.

Die VII. Frage.

Wie groß der Diameter Circuli ſey/ ſo in einen Triangel kan geſchrieben werden. 4. Figur.

So man mit der halben Summa der laterum, als 24. die Area trianguli dividirt/ als 84. kompt der halbe Diameter $3\frac{1}{2}$. Die Demonſtration iſt auß der Figur zu ſehen/ dann nach der 4. prop. lib. 4. Euclid. ſo Linien auß dem Centro in alle Ecken gezogen werden/ theylen ſie dieſelbe in 2. gleiche Theyl/ derowegen auch die höhe der Triangel gleich ſeyn muß/ vnnd allezeit der Semidiameter der Perpendicul/ darauß das vbrige leichtlich abzunemen.

Die VIII. Frage.

Wo die Circumferentz deß Circkels/ ſo in einem Triangel geſchrieben wirdt/ die drey latera anrühre. 4. Figur.

Geſchicht alſo: So man alle drey ſeiten addirt/ als 10. 17. 21. kompt 48. deſſen halber Theyl iſt 24. So man nun von dieſem halben Theyl A C ſubtrahirt/ bleibt g B, oder B f, ſo man aber A B ſubtrahirt/ bleibt f C, oder e C. Jn gleichem ſo man BC ſubtrahirt/ bleibt e A, oder A g, vnnd iſt die Demonſtration leichtlich abzunemen/ weil B g vnd B f, deßgleichen C f vnd C e, ebenmäſſig A e vnd A g gleich ſind/ vnd kan dieſes/ wie auch im 5. 7. 9. 11. 13. vnnd allen folgenden vngeraden Ecken/ wann nur die ſeiten beſ-

kannt ſind/gefunden werden/ davon in nachfolgender Frage weitläufftiger ſoll gehandelt werden/ vnnd dienet dieſe Frage/ ſo ſie mit fleiß betrachtet wirdt/ auch zu folgenden vier Fragen/ vmb vnnd in einem quadrilatero, wann der Diameter deß ingeſchriebenen Circkels ſoll gefunden werden.

Die IX. Frage.

5. Figur.

Zu erfahren/ wie weit die zwey Centra, ſo ein Circkel inwendig/ vnd ein Circkel auſſen vmb einen Triangel geſchrieben/ von einander ſind.

MAn behalte vorige Zahlen/ vnnd ſetze AB 10. BC 17. vnnd AC 21. vnnd ſuche erſtlich die Aream, iſt 84. darnach den Diametrum deß ingeſchriebenen Circkels/ iſt 7. vnd den Diametrum deß vmbgeſchriebenen Circkels/ kompt $21\frac{1}{4}$ Addir nun hg $3\frac{1}{4}$ zu gf, oder de, ſo auß vorigem zu finden/ kompt vor hf $4\frac{7}{10}$ ſein Quadrat iſt $\frac{2109}{100}$ Auch iſt gd, oder fe (weil Cg 7. von Cd 10 $\frac{1}{2}$ ſubtrahirt werden) $3\frac{1}{2}$ ſein Quadrat $12\frac{1}{4}$ zum Quadrat hf addirt/ gibt das Quadrat he $\frac{1681}{100}$. darauß Radix quadrata iſt vor das begerte he $1\,34\frac{17}{41}$.

Anhang zu der achten Frage.

4. Figur.

ES kan auch in Zahlen/ welche ein art der falſi hat/ die achte Frage alſo ſolvirt werden/ weil AB 10. BC 21. vnnd AC 17. ſo ſetze man vngefehr/ vnd wie man wil/ fC ſey 15. ſo were fB 6. vnnd Bg gleichfals 6. dieſelben von AB 10. ſubtrahirt/ bleibt vor gA 4. alſo viel were auch Ae. So nun Ae 4. were eC 13. vnd ſolte auch ſo viel Cf ſeyn/ nun iſt Cf vor 15. angenommen/ derowegen abdire man 15. vnd die letzt gefundene 13. kompt 28. deſſen helffte iſt 14. iſt alſo Cf 14.

Proba:

Proba: Weil Cf 14. iſt/ ſo iſt f D vnd B g jedes 7. A e vnd A g jedes 3. derowegen e C gleichmäſſig 14. ſo dem vor gefundenem Cf gleich/ dann nach der 36. prop. lib. 3 Euclid. ſind Ce vnd Cf, f B vnd B g, alſo auch g A vnd A e gleich/ vnnd gehet dieſe herumbführung in allen vngleichſeitigen Figuren/ ſie haben ſo viel Ecken wie ſie wöllm/ welches dann ein feine wiſſenſchafft vnd art der vngleichſeitigen Figuren/ vnd wol in acht zu nemen iſt.

Ein Exempel einer fünffſeitigen Figur/ darinn ein Circkel mag geſchrieben werden.

AVß der 36 propoſ. lib. 3. Euclidis iſt bekannt/ daß A i gleich A k, k B gleich B f, f C gleich C g, g D gleich D h, vnnd h E gleich E i. Auch ſetze A B 9. B C 8. C D 5. D E 6. vnnd E A 8. Ob man nun ſchon den Diametrum deß angeſchriebenen Circkels nicht weyß/ ſo werden doch die anrührungen alſo gefunden: Man ſetze vor A k ein Zahl was man für eine wil/ doch daß ſie nicht gröſſer ſey als A B, nemm allhie 5. an/ weil nun A B 9. ſo müßte k B vnnd B f auch jedes 4. vnd weil B C 8. f C vnd C g auch jedes 4. ſeyn/ weil auch D C 5. ſo were D g vnd D h jedes 1. vnd h E, vnd E i jedes 5. vnd weil E A 8. ſo were i A vnd A k auch jedes 3. Nun iſt A k vor 5. angenommen/ vnd jetzund 3. gefunden. So addire man 3. vnd 5. gibt 8. deſſen halber theyl/ als 4. iſt die wahre Zahl A k, welche ſich im vmbſchlag auch wider befinden wirdt. 6. Figur.

Folgen etliche eygenſchafften/ ſo zu vierſeitigen Figuren/ in vnd vmb den Circkel beſchrieben/ zu förderſt bewuſt ſeyn müſſen.

IN einer jeden vierſeitigen Figur/ darumb ein Circkel kan geſchrieben werden/ ſind je die gegen vberſtehende Winckel zweyen rechten gleich/ laut der 22. prop. lib. 3. Euclid. Als 7. Figur.

der Winckel D C B, vnd D A B ſind zweyen rechten gleich/ alſo auch die Winckel C D A, vnd C B A.

Wann vmb ein Circkel ein vierſeitige Figur geſchrieben wirdt/ ſo ſind die 2. gegen vberſtehende ſeiten/ den andern 2. gegen vberſtehenden gleich/ als D C vnd A B ſind zuſammen A D vnd C B gleich/ welches alſo bewieſen wirdt/ nach laut der 36. prop. lib. 3. Euclid. iſt B g dem B f, f A dem A E gleich. Solches ſtehet alſo:

$$\left.\begin{matrix} fB \\ Af \\ Dh \\ hC \end{matrix}\right\} \text{iſt gleich} \left\{\begin{matrix} Bg. \\ Ae. \\ De. \\ Cg. \end{matrix}\right.$$

Derowegen weil die ſtück f B, A f, D h, vnd h C, welches A B vnd D C iſt/ gleich a g, A e, D e vnd C g, welches A D vnd C B iſt/ ſo ſind auch die gantzen Linien gleich/ welches zu beweiſen war. Vnd folgt hierauß/ daß/ ſo in einem ſolchen Viereck/ darumb vnd darinn ein Circkel möge geſchrieben werden/ 3. latera gegeben/ daß auch das 4. darauß gegeben vnnd bekannt ſeyn muß/ dann ſo man die zwey gegen vberſtehende ſeiten addirt/ vnnd in die dritte davon ſubtrahirt/ bleibt die vierdte vnbekannte Linn.

Die X. Frage.

8. Figur.

Es ſind bekañt 4. Linien/ als *A B, B C, C D, D A*, dieſe 4. Linien ſollen alſo zuſammen zu einem Viereck geſetzt werden/ daß ein Circkel darumb geſchrieben werden könne/ ſo alle vier Ecken berühret.

Wirdt gefragt nach den Creutz Diametris *B D, A C*, deß gleichen nach den ſtücken a e, e D, A e, e C, auch nach dem Diametro deß vmbgeſchriebenen Circkels/ vnnd ſeyen *D C* 60. *C B* 16. *D A* 33. vnd *A B* 25.

Vermög deß 7. theorematis Ptolemæi iſt das parallelogram von *D C* 60. in *B A* 25. vnnd das parallelogram *A D* 33.

in

in BC 16. ſamptlichen ſo groß / als das parallelogram von BD in AC, als 2028. welche Summa zu behalten.

So man nun DC in AD, vnd AB in BC multipliciert / kompt 2380. Ebenmäſſig ſo AD in AB, vnnd BC in CD multipliciert / kompt 1785. Diß iſt die ratio der beyden Creutz Diameter / als BD zu AC.

Wie 2380 zu 1785. welches in kleineſten Zahlen iſt / wie 4 zu 3.

Jetzt ſuchet man durch die Proportz:

Wie BD 4. zu AC 3. alſo das parallelogram BD in AC 2028. zum Quadrat AC 1521.

Wie AC 3. zu BD 4. alſo das parallelogram 2028. zum Quadrat BD 2704. Wann nun auß dieſen beyden gefundenen Quadraten Radix quadrata extrahirt wirdt / kompt vor AC 39. vnd vor BD 52. Diß ſind alſo die begerte Creutz Diameter.

Die ſtück der Creutz Diameter zu finden / geſchihet alſo:

Vorhin ſind bekannt vnnd gefunden worden die parallelogrammata, wie hie vnden ſtehet:

AD 33.	AB 25.	AD 33.	DC 60.
DC 60.	BC 16.	BA 25.	BC 16.
1980.	400.	825.	960.
2380.		1785.	

Jetzt ſagt man 2380. (welche / wie im obern ein theyl rationis ſo der Linien BD zugehört / vnnd entſprungen auß dem parallelog. AD in DC, vnnd AB in BC) zu der Lini BD 52. alſo das parallelog. AB in BD 1980. zu dem ſtück BC $43\frac{11}{119}$. als auch folgends / wie 2380. zu BD 52. alſo 400. zu CD $8\frac{11}{119}$.

Item / wie 1785. (dem parallelog von AB in BC. vnnd BC in CD) zu der Lini AC 39. alſo das parallelog. AB in AD 825. zu dem ſtück AE $18\frac{3}{119}$.

Alſo auch wie 1785. zu AC 39. alſo 960. zu eC $20\frac{116}{119}$. Diß ſind die begerten ſtück deß Creutz Diameters.

Ebenmäſſig können auch die Creutz Diameter auff folgende weiſe geſucht werden.

DC 60.	AD 33.	BD 52.
AC 25.	BC 16.	AC 39.
85.	49.	91.

Nun ſtehets in der Proportz.

Wie 85. zu 91. $\left\{\begin{matrix}CD\ 60.\\AB\ 25.\end{matrix}\right\}$ zu $\left\{\begin{matrix}64\frac{4}{7}\\26\frac{3}{7}\end{matrix}\right\}$ iſt De vnd eC / alſo / iſt Be vnd eA zuſammen.

Wie 49. zu 91. alſo $\left\{\begin{matrix}33.\\16.\end{matrix}\right\}$ zu $\left\{\begin{matrix}16\frac{2}{7}\\29\frac{1}{7}\end{matrix}\right\}$ iſt Ae vnd eD / iſt Be vnd eC zuſammen.

Wie 85. zu $29\frac{1}{7}$ alſo $\left\{\begin{matrix}DC\ 60.\\AB\ 25.\end{matrix}\right\}$ zu $\left\{\begin{matrix}eA\ 20\frac{116}{119}\\Be\ 8\frac{11}{119}\end{matrix}\right\}$

Item / wie 85. zu $61\frac{1}{7}$ alſo $\left\{\begin{matrix}60.\\25.\end{matrix}\right\}$ zu $\left\{\begin{matrix}De\ 43\frac{10}{119}\\Ae\ 20\frac{106}{119}\end{matrix}\right\}$

Vnd wie 49. zu $64\frac{4}{7}$ alſo $\left\{\begin{matrix}33.\\16.\end{matrix}\right\}$ zu $\left\{\begin{matrix}De\ 43\frac{33}{119}\\Ae\ 20\frac{86}{119}\end{matrix}\right\}$

Item / wie 49. zu $26\frac{3}{7}$ alſo $\left\{\begin{matrix}33.\\16.\end{matrix}\right\}$ zu $\left\{\begin{matrix}Ce\ 18\frac{8}{119}\\Be\ 8\frac{18}{119}\end{matrix}\right\}$

Die XI. Frage.

5. vnd 9. Figur.

IN der 8. Figur / in dem im Circkel ingeſchriebenen Viereck $ABCD$ ſeyen bekannt CD, Af, Bk, kf, frage nach Ck, fD, vnd den dreyen vbrigen ſeiten.

Hier-

Hierauff iſt ein ſehr feine Solution / welche nach anleytung der 8. vnd 9. Figur alſo verrichtet wirdt: In der 8. Figur iſt B I vnd K f, alſo auch B k vnd I f einander gleich / auß dieſem wirdt I A, vnd nach 47. prop. lib. 1. Euclid. A B gefunden / helt ſich nun wie I A zu A B, alſo k B zu B h, auch wie A I zu I B, alſo B k zu k h. Mache nun in der 9. Figur *b m* gleich *A h*, vnnd *m c* gleich *B h*, auch mache die helffte *c b* alo *c l* zu einem radio, vnnd ziehe den halben Circkel *c e b*, ferners ziehe auch auß *m* einen Perpendicul / ſo die Circumferentz durch ſchneidet / welcher *m e*, ſo iſt dieſe die media proportionalis zwiſchen *c m* vnd *m b*, oder das Quadrat *m c* iſt dem parallelogram von *c m* vnd *m b* gleich / nach der 13 prop. lib. 6. Euclid. Wann nun *C D* vnnd *m e* einander gleich gemacht auß der helffte *g*, der Circkel *m d e a* geriſſen / vnd durch *g* die *e a* gezogen wirdt / ſo iſt *c d* gleich *h C*, durch die 36. prop. lib. 3. Nun iſt *h k* vorhin gefunden / davon *h C* abgezogen läßt *C k*, vnd alſo kan das vbrige alles leichtlich gefunden werden. Die Demonſtration iſt auß den Figuren vnd angezogener 36. propoſ. lib. 3 leichtlich abzunemen / auch in Zahlen ſehr leicht zu geben / dann alle Linien / ſo man von nöhten / bekannt gemacht worden.

Die XII. Frage.

Wie die erlengerung der Seiten B h vnd C h zu finden ſeyen.

Solches kan erſtlich durch die Perpendicul geſchehen / dann *A f* vnd *B k* ſind bekannt: Nun iſt auch *B k* vnd *i f* gleich / vnnd alſo auch *i A* bekannt / helt ſich derowegen wie *i A* zu *A B*, alſo *k B* zu *B h*, vnd wie *A i* zu *i B*, alſo *A f* zu *f h*, oder *B k* zu *k h*, darvon *f C* oder *k C* ſubtrahirt / welches nach voriger Lehr geſucht werden muß / bleibt *C h*, welches auch wie folgendes geſucht werden kan. Figur.

Alſo /

10. Figur. Als / es iſt ein quadrilaterum in circulo *A B C D*, deſſen 4. latera ſind bekannt / deren zwey *A D*, *B C*, verlengert lauffen zuſammen in *e*, vnd wirdt gefragt nach den verlengerungen *D e*, *C e*.

Man mache *B* vnnd *e G*, auch *e D* vnnd *e F* einander gleich / ſo wirdt *g A* vnnd *C f* zuſammen genommen / die Differentz ſind zwiſchen den zweyen lateribus *A D*, *B C*. Weil man dann die zwey latera *A D*, *B C*, bekannt hat / ſo weyß man auch jhre Differentz / nemlich *A g* vnd *C f* zuſammen.

Leucht man nun *B g* vnnd *D f* zuſammen / ſo gibts gleichförmige triangula, *g B A* vnnd *f D C*, dann derſelben triangulorum Winckel ſind einander gleich (wie leichtlich zu erſehen) vnd derhalben ſind die latera proportional.

Darumb nun weil man *B A* vnd *C D* beſonder / vnd *A g*, *C f* zuſammen bekandt hat / ſo kan man *A g* vnnd *C f* auch beſonder finden.

Dann wie *A E*, *C D* zuſammen genommen ſich verhalten zu *A g*, *C f* zuſammen genommen: alſo verhelt ſich *B A* beſonders zu *A g* beſonders / auch *C D* beſonder zu *C f* beſonder.

Ferner thut man *C f* zu *B C*, oder nimpt *A g* von *A D*, ſo kompt *B f* oder *g D*, die Differentz zwiſchen *e D* vnd *e B*.

Weil dann iſt / wie *A B* zu *C D*, alſo *B e* zu *D e*, ſo wirdt auch ſeyn wie die Differentz *A B*, *C D* zur Differentz *B f*: alſo *C D* zu *D e*, alſo auch *A B* zu *B e*.

Die XIII Frage.

Vnd erſte / derer vier / ſo mir von Jobſt Burgi auffgegeben worden.

11. Figur. WAnn in einer vierſeitigen Figur / vmb welche ein Circkel / alſo auch ein Circkel in dieſelbige kan geſchrieben werden / vnnd ſolcher maſſen gebunden iſt / daß darinnen nur der Semi-

Semdiameter *e g* gegeben/alſo auch die ſtücke der anrührung *A e* vnd *e D* wirdt nach den andern Linien *A E, E C, C D*, dem Diameter deß vmbgeſchriebenen Circkels der Areæ, der Diſtantz der centrorum, vnnd wie weit das centrum *k* von jedem latere inſonderheit ſey/gefragt.

Es werden gegeben *A e, e g*, vnnd *e D*, vnd wirdt das vbrige geſucht/ſolches geſchihet nun alſo: Es erſcheinen zwey gleichförmige triangula *A e g* vnnd *g e C*, dann weil/ ſo eine vierung in einen Circkel geſchrieben wirdt/ je die zwen vberſtehende Winckel zwey rechte machen/ als *B A D* vnd *B C D*, auch *A B C* vnd *A D C*, ſo folgt auch/ weil die Winckel *A f g* vnd *A e g* zwen rechte ſind/vnd darumb *A f g e A* in einen Circkel kan geſchrieben werden/ das *f g e* dem *B C D* (weil der Winckel *B A D* gemein bleibt) gleich ſey. Nun werden *A g, g C* die Winckel halbirt/vnd werden alſo allerſeits gleich winckelichte triangula. Weil nun *A e, g e* vnd *e D* bekandt/ ſo helt ſich/ wie *A e* zu *g e*, alſo *g e* zu *e C* oder *h C*. Widerumb/welches gleichmäſſig hieraus abzunemen ſeyn würde/ wie ſich helt *D e* zu *e g*, alſo *e g* oder *g f* zu *f B* Weil nun nach 36 prop. lib. 3. Euclid. *A e* vnd *A f* einander gleich ſind/ ſo iſt *A f* vnnd *f B* gleich *A E*, auch iſt *E h* dem *f B* gleich/ alſo auch *h C* dem *C i*, auch iſt *e D* vnd *D i* gleich. Derowegen *D C, B C*, vnnd die vbrigen Linien alle auch auß dem erſten bekandt/ vnnd derowegen allhier mit fleiß/ kürtze halber/ außgelaſſen/ vnnd iſt das vbrige auß vorigen Exempeln abzunemen.

Die XIV. Frage.

Data A D, A B.

Radius e f.

Wirdt gefragt nach *B C, C D* dem radio deß vmbgeſchriebenen Circkels/ der anrührung jedes laterꝰ, vnnd was in voriger mehr gefragt worden. 12. vnnd 13. Figur.

Weil in voriger Frage erwiesen vnd gesagt/ wie D f zu f e, also e n zu n B/auch A f vnd A n gleich sind/ vnd die Puncten f vnd n noch vnbekandt/ so werden solche also gefunden: Man mercke daß man vor sich behabt zwo gantz gegebene Linien A D, A B, die sind also getheylet/ im f vnd n, daß die stück f A, n A gleich seyn/vnd zwischen den vorigen stücken f D, n B ist der gegebene radius f e media proportionalis, derowegen setze man in eine gerade Lini A D vnnd A B zusammen/ welchem K H gleich/ dann K G ist gleich A B, vnd G H ist gleich A D, so ist deren helffte K M, wann nun von dieser helffte K G, so gleich A B subtrahirt wirdt/ bleibt M G, nun sey das Perpendicul G L gleich dem gegebenen radio e f, vñ werdt M L gezogen/ vber nach der 47. prop. lib. 1. Euclid. gefunden dieses M L, oder jhm gleich M N, M O, folgends von der helffte H M oder M K subtrahirt/ bleibt H N, O K, A n, A f einander gleich/ vnd ist G N gleich f D, vnnd G O gleich n B. Dieweil nun f D vnd D K einander gleich sind/ vnnd C k gleich C m, noch zu suchen/ so setze man in die Regel/ wie A f zu f e, also f e oder e k zu k C oder C m. Weil nun n B gleich B m, so ist B C vnd C D auch gefunden. Der Radius deß vmbgeschriebenen Circkels ist im anfang zu suchen gelehret/ so sind die stück der anrührung hierauß/ wie auch das ander/ so gefragt wirdt/ auß dem so vorgen bekandt/ ohne noht weiter darvon zu schreiben.

Die XV. Frage
Data A D, D B, B c.

Quæsita A C, f, g, i, vnd die *puncta* der anrührungen *f k, m n*

14. Figur.

Er gegebenen dreyer lacerum A D, D B, C B, zwey gegen einander gesetzte A D, B C zusammen gethan/vnd das dritte B D darvon subtrahirt/ bleibt das vierdte A C. Darauß kan man nun/wie bey der ersten Frage/die Diagonios vnd den Diametrum deß vmbgeschriebenen Circkels finden.

Den

Den Diametrum deß ingeſchriebenen Circkels kan man auch alſo finden:

Man thue die vier latera zuſammen / die Summa halbire man / von der helffte ziehe man ein jedes latus beſonder ab / daß man die vier differentias habe / der Differentzen multiplicire man die erſte in die ander / das Product in die dritte / daſſelbige Product in die vierdte / ſo hat man ein Zahl / deren radix quadrata iſt die Area deß Viereckes (dann zu wiſſen / wann ein Viereck in einen Circkel ingeſchrieben iſt / daß die radix quadrata deß Products / ſo kompt auß Multiplicirung der Differentzen der vier laterum, vnnd der halben ſummæ aller vier laterum, ſey die Area deſſelben Viereckes.) Weil nun einen ſolchen Viereck in vier gleich hohe triangula, als A e C, C e B, B e D, D e A reſolvirt / deren baſes alle ſind bekandt / vnd jhre höhe iſt deß ingeſchriebenen Circkels geſuchter radius e f. Darumb weil gleich hohe triangula ſich verhalten wie jhre baſes, ſo ſetze man in Regulam de Tri:

Wie die Summa aller vier baſium oder gegebenen laterum.	Zu der Area deß Winckels.	Alſo die baſis oder das latus A D

Zu der Area deß Triangels A e D.

Wann nun daſſelbige triangulum A e D theylet mit der halben baſi A D, ſo hat man den geſuchten radium f e, oder aber man ſuche durch vorhergehendes die erlengerung B r, D r, bekompt man den Triangel A r, C A, in demſelben ſuche man den Diametrum circuli, ſo hinein kan geſchrieben werden / ſo derſelbe nun drey ſeiten berühret / wirdt er die vierdte deß Viereckes auch berühren müſſen / die ſtücke oder Puncten aber der anrührung zu finden / iſt vorhin gelehret worden / vnd auß dieſem leichtlich abzunemen.

Die XVI. Frage.

Data AB, A D. Diameteri k oder A n.

Quæsita B C, C D, m e.

15. Figur. WIt ſich helt n A zu A B, alſo D A zu A o, auß dieſem wirdt nach der 47. prop. lib. 1. Euclid Bo, o D gefunden/ vnnd folgends der Perpendicul B g, vnd ſtück g A geſucht. Nun iſt die Differentz zwiſchen B A vnd A D, als y D gleich der Differentz zwiſchen B C vnnd C D, als f D. So auch A h gleich A B gemacht/ vnnd h B gezogen wirt/ findet ſich h B auß B g, vnd g h. Nun iſt der Winckel B C D, dem Winckel B A h gleich/ vnnd alſo der Triangel B A h dem B C f gleichförmig/ weil ſie gleich Knichig ſind. Wann nun B f gezogē/ vñ ins e erlengert/ auch D e auff B e recht wincklicht gezogen wirt/ ſo iſt der Triangel f e D gleichförmig dem Triangel B g h, wie leichtlich abzunemen. Helt ſich derowegen wie h B zu B g, alſo f D zu D e, dann die Winckel e vnd g ſind recht/ vnd C f B, e f D vnd B g h einander gleich/ iſt alſo auch/ wie B h zu h g, alſo D f zu f e. Weil nun B D vnd D e bekandt/ wirt durch die 47. prop. l. 1. Euclid. e B geſucht/ vñ durch ſubtrahirung B f. Helt ſich nun wie h B zu B A, alſo f B zu B C, demſelben iſt C f gleich/ derowegen auch f D nach begeren bekandt.

Den Diametrum deß ingeſchribenen Circkels zu finden/ iſt vorhin gelehret worden/ vnd kan durch halbirung der Winckel/ alſo auch auff vorigt wege gefunden werden.

SOLUTIO GEOMETRICA

Der XVI Frage

15. Figur. WEil B C D iſt das Complement deß Winckels B A D ad duos rectos, ſo nimpt man denſelben von zweyen rechten/ bleibt C f B vnd C B f zuſammen/ dieſes Reſts halber Theyl iſt der Winckel C f B, deſſen complementum ad duos re-

75

ctos iſt der Winckel B f D, oder nach der 32. propoſ. lib. 1 Euclid. iſt der Winckel B f D gleich den zweyen Winckeln B C f, vnd f B C zuſammen. Weil nun B D entweder durch voriges / oder durch den Triangel A B D, darinnen zwey ſeiten A B, A D, vnnd ein Winckel B A D bekañt/zu finden/ſo iſt im Triangel f B, D f bekande der Winckel B f D, latus B D vnd latus f D, ſo gleich der Differentz t D, darauß auch B f gefunden wirdt/nun iſt ſchlußlich im Triangel B C f B bekande der Winckel B C f, die zween gleiche Winckel C B f vnd B f C, ſampt der ſeiten B f, darauß dann auch leichtlich B C vnnd C f, darzu f D addirt wirdt/gefunden werden kan.

SOLUTIO MECHANICA
Der XVI. Fragen

WAnn der Diameter 1 k gegeben / vnnd der gantze Circkel A B C D K geriſſen / vnd die zwo Linien A D vnd A B gegogen ſind/ſo macht man A e dem A B gleich/ vnd ziehet folgents auß D das ſtück Circkels e g f. Nun wirdt der Punct C mit einem Circkel ſo lang geſucht / alſo / daß C B vnd die anrührung C g einander gleich ſeyn/ welches nun Mechaniſch leicht zu finden / folgends ziehet man B C vnd C D, ſo iſt die arbeyt begerter maſſen verfertiget / vnnd iſt die Demonſtration leichtlich / wegen der gleichen Differentz D g vnd D e auß der Figur abzunemen / vnd auß halbierung der Winckel das centrum deß mgeſchriebenen Circkels zu finden/ vnnd ſind allhier/damit mans deſto beſſer verſtehen möchte/ zwo Figuren geriſſen. 16. vnnd 17. Figur.

Ein andere ſolutio Geometrica der XVI. Fragen/in Linien.
Darin A B, A D, Radius g r.
Quæſita B C, C D, e f.

WEil der Radius g r gegeben wirdt / ſo werde darumb ein Circkel geſchrubē/ darnach neme man an in der peripheria ein Punctem/ als A, vñ ziehe per 1. prop. 6. in den Cir- 18. Figur.

eckel dit zwey gegebene latera A D, A B, so hat man gemacht den angulum B A D, vnd kan auch den diagonium oder subtensam B D ziehen. Nun werde D A bey A in infinitum prolongirt biß vbers d hinauß/ so gibts den angulum externum B A d, da schneide man zwey gleiche crura nach gefallen ab/als A a, A k, vnd ziehe die basin a k, so gibts ein triangulū æquicrurum a A k, ferner das kleinere gegebene latus A B subtrahire man vom grössern gegebenen latere A D, so bleibt vbrig die Differentz D k, dieser Differentz D k mache man gleich k d, auß dem Puncten d schlage man an biß in die Linien k a, den diagonium D B, daß jhm gleich sey d b, vnd man also in der Linien k a den Puncten b funden habe/ darnach ziehe man auß dem Puncten b, der Linien a A, ein Parallelam b c, so wird auch das triangulum c k b æquicrurum seyn/ so sage ich daß d c dem gesuchten lateri D C, vnd c k oder c b dem gesuchten lateri B C gleich sey/ vnd man also solche latera D C, C B im Circkel ziehen/ vnd das quadrilaterum fertig machen könne/ dann es sind gleich der angulus b c k oder B A d, vnd der angulus B C D (wie offenbar) der angulus d k b, vnnd der angulus D K B (wie solches leichtlich zu ersehen/vnd vnvonnöhten mit vielen Wörtern zu erweisen) vnnd die linea k D, d b vñ D B sind einander auch gleich. Darumb folget/ daß auch gleich seyen k b vnd K B, b c vnnd B C, c k vnd C K, vnnd also c d vnd C D. Wann dann nun die zwey vbrige latera C D, B C in den vmbgeschriebenen Circkel auch gezogen/ vnd also das Viereck A D C B außgemacht ist/so halbire man desselben zwey Winckel/wo sich die Linien schneiden/als m e, da ist das centrum deß ingeschriebenen Circkels/ auß dem centro e ein Perpendicul in ein latus fallen lassen/als e f, so hat man den radium deß ingeschriebenen Circkels.

Folgende Fragen ſind allhier hinzu gethan/ vnd gehören nicht zu den vorigen vieren.

Die XVII. Frage.

Data AD, B A die Diagonal BD.

Quæſitur B C, D C die *Diametri* deß in vnd vmbgeſchriebenen Circkels.

Dieſe Solution iſt gleich der vierten Fragen/ daß auß dem Triangel A B D wirdt der Diameter deß vmbgeſchriebenen Circkels geſuchet: darnach nach der vierdten Frage D C vnd C B: letzlich auch entweder durch die Aream oder die verlengerung der Diameter deß ingeſchriebenen Circkels. 19. Figur.

Es lauffen auch die Linien der gegen den Winckeln vbergeſetzte Bogen jederzeit durchs centrum deß ingeſchriebenen Circkels/ vnd theylen den vnbekandten Winckel in zwey gleiche Theyle.

Die XVIII. Frage.

Wann in einem quadrilatero, ſo in ein Circkel geſchrieben/ neben dem Diametro/ zwey latera, als A B vnd A C gegeben ſind/ die vbrige zwey latera darein zu ſchreiben/ welche eben auch die Proportz zuſammen haben wie A B zu A C. 20. Figur.

Erlengere A B in e, alſo daß e A vnd A B gleich ſind/ ſo iſt der Winckel C A e gleich C D B. Suche nun C e, wie vorhin/ durch den Perpendicul C h, vnnd mache C f gleich C B, vnnd zuehe f g dem e A parallel/ ſo wirdt f g eine/ vnd g C die ander Linj ſeyn/ vnd gleich B D vnd D C. Dann der Winckel C A B vnd C D B ſind zwey rechten gleich/ derowegen auch C A e gleich C D B iſt/ vnnd weil auch C D die Proportz zu D B haben ſoll/ wie C A zu A e, oder A B, ſo ſind auch die triangula gleich/ welches zu demonſtriren war/ vnnd kan dieſe Operation in Linien vnd Zahlen gebraucht werden.

Wann ſich aber B D zu D C halten ſoll/ wie h zu L k, ſo mache

che A m dem L k, vnd A n dem h gleich/ vnd ziehe m n zuſammen/ folgends mache m o dem C B gleich/ vnd ziehe darnach o p, ſo iſt o p gleich dem C q, vnd p m gleich B q. Die Demonſtration iſt auß vorigen vnd der Figur gnugſam abzunemen.

Dieſe Frage kan auch folgender maſſen ſolvirt werden.

Es beſtehet dieſe Frage nur in dem/ daß man einem gegebenen Bogen zwey chordas in gegebener Proportz vnderziehe/ vnd kan gar fein/ wie folgende/ verrichtet werden: Man theyle C B in r in gegebener Proportz (ala/ ſo die gegebene Proportz iſt/ wie C A zu A B, halbire man den angulum C A B, oder den Bogen C D B. Iſt aber der Proportz wie h zu l k, mache man mit denſelben Linien/ oder da ſie zu klein weren/ mit ihren æquè multiplicibus auff die baſin C B, einen Winckel/ vnd halbire denſelbigen/ dann durch ſolche halbierende Linien wirdt die baſis B C in r in ratione crurum getheylet durch die 3. propoſ. lib. 6.) darnach halbiere man den arcum complementi C A B in f, durch f vnnd r ziehe man eine ſtracke Linien biß in D, da ſie den gegebenen Bogen ſchneidet/ ſo hat man den Puncten D. So man nun B D, D C zeucht/ werden dieſelben ſich verhalten in gegebener Proportz/ dann weil C f, B f einander gleich ſind/ iſt der angulus C D B durch der rectam D f halbirt/ darumb verhelt ſichs prop. 3 lib. 6 wie C r zu r B, alſo C D zu D B.

Die XIX. Frage.

21. Figur. Wann in einem Triangel die baſis e d, vnd die andern zwey latera c a zuſammen/ ſampt dem Winckel f gegeben/ einen Triangel von ſolcher Linien zu deſcribiren/ daß der Winckel gegen der baſi vber/ dem gegebenen Winckel gleich ſey. Den gegebenen Winckel theyl mit f i in zwey gleiche Theyl/ alſo/ daß u d oder N r gleich k i, vnd folgends der Winckel M S N dem gegebenen f gleich/ welches dann leichtlich geſchehen kan/ vnd hie kürtze halben vnderlaſſen. Ziehe nun vmb N S M einen Circkel/ folgends laß auch N S einen Diameter ſey/ vnnd ziehe den halben Circ-

ckel

ckel N r p S, vñ mache N p der gegebenen Summa c a helffte gleich/ 77
eriengere auch N p biß ins Q, vnd ziehe Q M, ſo ſage ich daß N Q, Q M gleich ſind der gegebenen a c, vnnd der Winckel N Q M dem gegebenen f gleich.

Zur Demonſtration ziehe p S, vnd mache p Q vnd N Q gleich/ ziehe auch x r perpendiculariter/ ſo iſt der Bogē N r dem S Q gleich/ vnd Q M dem r S, dann der Bogen N r S vnnd S Q M ſind einander gleich/ vnnd Q S vnnd N r, ſo gleich darvon genommen/ derowegen auch r S vnd Q M gleich ſeyn müſſen. Nun iſt die ſubtenſa r S dem x p vnd auch dem Q M gleich/ vnd p Q, N x gleich/ vnd N p die helffte von a c, ſo folget auch daß p Q, Q M dem N p gleich ſeyn muß/ vnd alſo dem begeren gnug geſchehen.

In Zahlen kan ſolches auch ſehr leichtlich gefunden werden/ welchem der Kunſtbegirige ſelbſt nachzuſinnen wiſſen wurdt.

Andere kürtzere ſolutio Geometrica.

Die gegebene Summa der zweyer laterum ſeye A C, der 22. Figur.
gegebene Winckel A C D, vnd die baſis A e, dieſen Winckel halbier man durch die Lin C S, nim ſchlage man mit einem Circkel auß A, an C S das gegebene A e, vnnd halbiere e C in g, auch ziehe perpendiculariter g B vnd folgends B e dem C D paralel/ ſo iſt A B e der geſuchte Triangel/ vnnd iſt die Demonſtration leichtlich abzunanen/ dann B e vnd B C ſind gleich/ ſo iſt der angulus A B e dem gegebenen B C D auch gleich.

Die XX. Frage.

Data Baſis A C, Winckel A F C, höhe e d.

Quæſita A B, B C, doch daß der Winckel *A B C* dem *A F C* gleich ſey.

Mache e d vnd e d gleich/ vnnd ziehe e B dem A C parallel/ 23. Figur.
vnd darnach A B vnd A C in den Puncten B/ ſo iſt die arbeit verrichtet/ dann die Winckel A f C vnnd A B C ſind einander gleich/ weil ſie ein baſin A C haben.

Weil in voriger Frage erwieſen vnd geſagt/ wie D k zu k e, alſo e n zu n B/ auch A f vnd A n gleich ſind/ vnd die Puncten f vnd n noch vnbekandt/ ſo werden ſolche alſo gefunden: Man mercke daß man vor ſich behabe zwo gantz gegebene Lineas A D, A B, die ſind alſo getheylet/ im f vnd n, daß die ſtück f A, n A gleich ſeyn/ vnd zwiſchen den vorigen ſtücken f D, n B iſt der gegebene radius f e media proportionalis, derowegen ſetze man in eine gerade Linã A D vnd A B zuſammen/ welchem K H gleich/ dann K G iſt gleich A B, vnd G H iſt gleich A D, ſo iſt deren helffte K M, wann nun von dieſer helffte K G, ſo gleich A B ſubtrahirt wirdt/ bleibt M G, nun ſey das Perpendicul G L gleich dem gegebenen radio e f, vñ werde M L gezogen/ oder nach der 47. prop. lib. 1. Euclid gefunden dieſen M L, oder jhm gleich M N, M O, folgends von der helffte H M oder M K ſubtrahirt/ bleibt H N, O K, A n, A f einander gleich/ vnd iſt G N gleich f D, vnnd G O gleich n B. Dieweil nun f D vnd D K einander gleich ſind/ vnnd C k gleich C m, noch zu ſuchen/ ſo ſetze man in die Regel/ wie A f zu k e, alſo f e oder e k zu k C oder C m. Weil nun n B gleich B m, ſo iſt B C vnd C D auch gefunden. Der Radius deß vmbgeſchriebenen Circkels iſt im anfang zu ſuchen gelehret/ ſo ſind die ſtück der anrührung hierauß/ wie auch das ander/ ſo gefragt wirdt/ auß dem vorigen bekandt/ ohne noht weiter darvon zu ſchreiben.

Die XV. Frage.

Data A D, D B, B e.

Queſita A C, e f, g i, vnd die *puncta* der anrührungen *f k, m n.*

14. Figur.

Der gegebenen dreyer laterum A D, D B, C B, zwey gegen einander geſetzte A D, B C zuſammen gethan/ vnd das dritte B D darvon ſubtrahirt/ bleibt das vierdte A C. Darauß kan man nun/ wie bey der erſten Frage/ die Diagonios vnd den Diametrum deß vmbgeſchriebenen Circkels finden.

Den

Den Diametrum deß ingeſchriebenen Circkels kan man auch alſo finden:

Man thue die vier latera zuſammen / die Summa halbire man / von der helffte ziehe man ein jedes latus beſonder ab / daß man die vier differentias habe / der Differentzen multiplicire man die erſte in die ander / das Product in die dritte / daſſelbige Product in die vierdte / ſo hat man ein Zahl / deren radix quadrata iſt die Area deß Viereckſ (dann zu wiſſen / wann ein Viereck in einen Circkel ingeſchrieben iſt / daß die radix quadrata deß Products / ſo kompt auß Multiplicirung der Differentzen der vier laterum, vnnd der halben ſummæ aller vier laterum, ſey die Area deſſelben Viereckſ.) Weil nun einen ſolchen Viereck in vier gleich hohe triangula, als A e C, C e B, B e D, D e A reſolvirt / deren baſes alle ſind bekandt / vnd jhre höhe iſt deß ingeſchriebenen Circkels geſuchter radius e f. Darumb weil gleich hohe triangula ſich verhalten wie jhre baſes, ſo ſetze man in Regulam de Tri:

Wie die Summa aller vier baſium oder gegebenen laterum.	Zu der Area deß Winckels.	Alſo die baſis oder das latus A D

Zu der Area deß Triangels A e D.

Wann nun daſſelbige triangulum A e D theylet mit der halben baſi A D, ſo hat man den geſuchten radium f e, oder aber man ſuche durch vorhergehendes die erlengerung B r, D r, bekompt man den Triangel A r, C A, in demſelben ſuche man den Diametrum circuli, ſo hinein kan geſchrieben werden / ſo derſelbe nun drey ſeiten berühret / wirde er die vierdte deß Viereckſ auch berühren müſſen / die ſtücke oder Puncten aber der anrührung zu finden / iſt vorhin gelehret worden / vnd auß dieſem leichtlich abzunemen.

Die XVI. Frage.

Data AB, A D. Diameteri k oder A n.

Quæſita B C, C D, me.

15. Figur.

WJe ſich helt n A zu A B, alſo D A zu A o, auß dieſem wirde nach der 47 prop. lib. 1. Euclid B o, o D gefunden/ vnnd folgends der Perpendicul B g, vnd ſtück g A geſucht. Nun iſt die Differentz zwiſchen B A vnd A D, als y D gleich der Differentz zwiſchen B C vnnd C D, als f D. So auch A h gleich A B gemacht/ vnnd h B gezogen wirt/ findet ſich h B auß B g, vnd g h. Nun iſt der Winckel B C D, dem Winckel B A h gleich/ vnnd alſo der Triangel B A h dem B C f gleichförmig/ weil ſie gleich Knehig ſind. Wann nun B f gezogē/ vñ ins c erlengert/ auch D e auff B e recht winckelicht gezogen wirt/ ſo iſt der Triangel f c D gleichförmig dem Triangel B g h, wie leichtlich abzunemen. Helt ſich derowegen wie h B zu B g, alſo f D zu D e, dann die Winckel e vnd g ſind recht/ vnd C f B, e f D vnd B g h einander gleich/ iſt alſo auch/ wie B h zu h g, alſo D f zu f e. Weil nun B D vnd D e bekandt/ wirt durch die 47. prop. l. 1. Euclid. c B geſucht/ vñ durch ſubtrahirung B f. Helt ſich nun wie h B zu B A, alſo f B zu B C, demſelben iſt C f gleich/ derowegen auch f D nach begeren bekandt.

Den Diametrum deß ingeſchriebenen Circkels zu finden/ iſt vorhin gelehret worden/ vnd kan durch halbirung der Winckel/ alſo auch auff vorige wege gefunden werden.

SOLUTIO GEOMETRICA

Der XVI Frage

15. Figur.

WEil B C D iſt das Complement deß Winckels B A D ad duos rectos, ſo nimpt man denſelben von zweyen rechten/ bleibt C f B vnd C B f zuſammen/ dieſes Reſtis halber Theyl iſt der Winckel C f B, deſſen complementum ad duos rectos

ctos ist der Winckel B f D, oder nach der 32. propos. lib 1 Euclid. ist der Winckel B f D gleich dm zweym Winckeln B C f, vnd f B C zusammm. Weil nun B D entweder durch voriges / oder durch den Triangel A B D, darinnm zwey seiten A B, A D, vnnd ein Winckel B A D bekañt / zu finden / so ist im Triangel f B, D f bekandt der Winckel B f D, latus B D vnd latus f D, so gleich der Differentz r D, darauß auch B f gefunden wirdt / nun ist schließlich im Triangel B C f B bekandt der Winckel B C f, die zwen gleiche Winckel C B f vnd B f C, sampt der seiten B f, darauß dann auch leichtlich B C vnnd C f, darzu f D addirt wirdt / gefunden werden kan.

SOLUTIO MECHANICA

Der XV. Fragen

WAnn der Diameter i k gegeben / vnnd der gantze Circkel A B C D K gerissen / vnd die zwo Linien A D vnd A B gezogen sind / so macht man A c dem A B gleich / vnd ziehet folgens auß D das stück Circkels c g f. Nun wirdt der Punct C mit einem Circkel so lang gesucht / also / daß C B vnd die anrührung C g einander gleich seyn / welches nun Mechanisch leicht zu finden / folgends ziehet man B C vnd C D, so ist die arbeyt begerter massen verfertiget / vnnd ist die Demonstration leichtlich / wegen der gleichen Differentz D g vnd D e auß der Figur abzunemen / vnd auß halbierung der Winckel das centrum deß ingeschriebenen Circkels zu finden / vnnd sind allhier / damit mans desto besser verstehen möchte / zwo Figuren gerissen. 16. vnnd 17. Figur.

Ein andere solutio Geometrica der XVI. Fragen / in Linien.

Data A B, A D, Radius g r.

Quæsita B C, C D, e f.

WEil der Radius g r gegeben wirdt / so werde darumb ein Circkel geschriebē / darnach neme man an in der peripheria ein Puncten / als A, vñ ziehe per 1. prop. 6. in den Cir- 18. Figur.

ckel die zwey gegebene latera A D, A B, so hat man gemacht den angulum B A D, vnd kan auch den diagonium oder subtensam B D ziehen. Nun werde D A bey A in infinitum prolongirt biß vbers d hinauß/ so gibts den angulum externum B A d, da schneide man zwey gleiche crura nach gefallen ab/ als A a, A k, vnd ziehe die basin a k, so gibts ein triangulũ æquicrurum a A k, ferrner das kleinere gegebene latus A B subtrahire man vom grössern gegebenen latere A D, so bleibt vbrig die Differentz D k, dieser Differentz D k mache man gleich k d, auß dem Puncten d schlage man an biß in die Linien k a, den diagonium D B, daß jhm gleich sey d b, vnd man also in der Linien k a den Puncten b funden habe / darnach ziehe man auß dem Puncten b, der Linien a A, ein Parallelam b c, so wirdt auch das triangulum c k b æquicrurum seyn / so sage ich daß d c dem gesuchten lateri D C, vnd c k oder c b dem gesuchten lateri B C gleich sey/ vnd man also solche latera D C, C B im Circkel ziehen/ vnd das quadrilaterum fertig machen könne/ dann es sind gleich der angulus b c k oder B A d, vnd der angulus B C D (wie offenbar) der angulus d k b, vnnd der angulus D K B (wie solches leichtlich zu ersehen/ vnd vnvonnöhten mit vielen Wörtern zu erweisen) vnnd die lineæ k D, d b vñ D B sind einander auch gleich. Darumb folget/ daß auch gleich seyen k b vnd K B, b c vnnd B C, c k vnd C K, vnnd also c d vnd C D. Wann dann nun die zwey vbrige latera C D, B C in den vmbgeschriebenen Circkel auch gezogen / vnd also das Viereck A D C B außgemacht ist/ so halbire man desselben zwey Winckel/ wo sich die Linien schneiden/ als im e, da ist das centrum deß ingeschriebenen Circkels / auß dem centro e ein Perpendicul in ein latus fallen lassen/ als e f, so hat man den radium deß ingeschriebenen Circkels.

❧ (*) ❧

Fol-

Folgende Fragen ſind allhier hinzu gethan/ vnd gehören nicht zu den vorigen vieren.

Die XVII. Frage.

Data A D, B A die Diagonal B D.

Quæſitz B C, D C die *Diametri* deß in vnd vmbgeſchriebenen Circkels.

DIeſe Solution iſt gleich der vierten Fragen/ dann auß dem 19. Figur. Triangel A B D wirdt der Diameter deß vmbgeſchriebenen Circkels geſucht: darnach nach der vierdten Frage D C vnd C B: letzlich auch entweder durch die Aream oder die erlengerung der Diameter deß ingeſchriebenen Circkels.

Es louffen auch die Linien der gegen den Winckeln vbergeſetzte Bogen jederzeit durchs centrum deß ingeſchriebenen Circkels/ vnd theylen den vnbekandten Winckel in zwey gleiche Theyle.

Die XVIII. Frage.

WAnn in einem quadrilatero, ſoin ein Circkel geſchrieben/ 20. Figur. neben dem Diametro/ zwey latera, als A B vnd A C gegeben ſind/ die vbrige zwey latera darein zu ſchreiben/ welche eben auch die Proportz zuſammen haben wie A B zu A C.

Erlengere A B nach e, alſo daß e A vnd A B gleich ſind/ ſo iſt der Winckel C A e gleich C D B. Suche nun C e, wie vorhin/ durch den Perpendicul C h, vnnd mache C f gleich C B, vnnd ziehe f g dem e A parallel/ ſo wirdt f g eine/ vnd g C die ander Linj ſeyn/ vnd gleich B D vnd D C. Dann der Winckel C A B vnd C D B ſind zwey rechten gleich/ derowegen auch C A e gleich C D B iſt/ vnnd weil auch C D die Proportz zu D B haben ſoll/ wie C A zu A e, oder A B, ſo ſind auch die triangula gleich/ welches zu demonſtriren war/ vnnd kan dieſe Operation in Linien vnd Zahlen gebraucht werden.

Wann ſich aber B D zu D C halten ſoll/ wie h zu L k, ſo mache

ckel N r p S, vñ mache N p der gegebenen Summa c a helffte gleich/ erlengere auch N p biß ins Q, vnd ziehe Q M, so sage ich daß N Q, Q M gleich sind der gegebenen a c, vnnd der Winckel N Q M dem gegebenen f gleich. 77

Zur Demonstration ziehe p S, vnd mache p Q vnd N Q gleich/ ziehe auch x t perpendiculariter/ so ist der Bogē N t dem S Q gleich/ vnd Q M dem t S, dann der Bogen N t S vnnd S Q M sind einander gleich/ vnnd Q S vnnd N t, so gleich darvon genommen/ derowegen auch t S vnd Q M gleich seyn müssen. Nun ist die subtensa t S dem x p vnd auch dem Q M gleich/ vnd p Q, N x gleich/ vnd N p die helffte von a e, so folget auch daß p Q, Q M dem N p gleich seyn muß/ vnd also dem begeren gnug geschehen.

In Zahlen kan solches auch sehr leichtlich gefunden werden/ welchem der Kunstbegirige selbst nachzusinnen wissen wirdt.

Andere kürtzere solutio Geometrica.

Die gegebene Summa der zweyer laterum seye A C, der gegebene Winckel A C D, vnd die basis A e, dieser Winckel halbier man durch die linCS, nun schlage man mit einem Circkel auß A, an CS das gegebene A e, vnnd halbiere e C in g, auch ziehe perpendiculariter g B vnd folgends B e dem C D parallel/ so ist A B e der gesuchte Triangel/ vnnd ist die Demonstration leichtlich abzunemen/ dann B e vnd B C sind gleich/ so ist der angulus A B e dem gegebenen B C D auch gleich. 22. Figur.

Die XX. Frage.

Data Basis A C, Winckel A F C, höhe e d.

Quæsita A B, B C, doch daß der Winckel *A B C* dem *A F C* gleich sey.

Mache e d vnd e d gleich/ vnnd ziehe e B dem A C parallel/ vnd darnach A B vnd A C in den Puncten B/ so ist die arbeit verrichtet/ dann die Winckel A F C vnnd A B C sind einander gleich/ weil sie ein basin A C haben. 23. Figur.

DEr Winckel A f d iſt dem *A B C* gleich / dann der Winckel beym centro A f C, iſt noch ein mal ſo groß / als der bey der Circumferentz *A B C*, laut der 20. prop. lib. 3. Euclid. Derowegen iſt A d ſein ſinus, vnnd f d ſein ſinus complementi, muß nun f d von e d, bleibt f e das Complement deß ſinus e B, deſſen Bogen iſt F B. So nun der doppelte Bogen A g, als A g C von 360. Graden ſubtrahirt / das bleibende halbirt wirdt / gibts den Bogen F C. Nun F B wider von F C ſubtrahirt / bleibt der Bogen B C, deſſen Winckel iſt B f C, vnd ſein halber Theyl / der Winckel B A C, das vbrige iſt nun leicht zu finden / vnnd können die Zahlen auch leicht in andere Form verwandelt werden / dann wie das gegebene A d zum gefundenen A d, alſo das gegebene e d, oder B q zu der Zahl e B, deſſen F g 2000000. iſt.

Die XXI. Frage.

Vmb ein gegebenen Winckel einen Arcum zu wiſſen / darinn zwey gegebene Chorden nach ihrer gröſſe können eingeſchrieben werden.

24. Figur.

HIerbey muß zuvor diß Problema auffgelöſt werden / wann man vmb den gegebenen Winckel / nach gefallen ein arcum oder Bogen reiſſet / wie man darinn zwey Chorden in gegebener Proport (ob ſchon nicht in gegebener gröſſe) inſcribiren ſoll.

Es ſey der gegebene Winckel D E A, die zwey chordæ, ſo nach ihrer gröſſe / einem vmb denſelben Winckel vmbgezogenen Bogen vnderzogen ſollen werden / k vnd l. Man reiſſe erſtlich nach gefallen den Bogen A D, deſſen heiffte ſey A b, ſeine chorda A b, die werde getheylet in c, daß ſich verhalte wie k zu l, alſo A c zu c b, dann auß dem centro durch c den radium geſtreckt / fellt m f, deß arcus A f ſinus iſt A i, vnd der ſinus deß arci b f, iſt b h. Weil dann deß arci A D heiffte iſt A b, von beyden ſinibus oder halben Chorden A i vnder zo-

derzogen / so muß der gantze arcus A D von denselben sinibus zwifach/das ist/von gantzen Chorden vnderzogen werden. Nun wirdt der arcus A f g von dem doppelten sinu A i, das ist/von der Chorden A i g vnderzogen/ darumb muß der vbrige arcus g D von dem doppelten sinu b h, das ist / von der Chorden g D vnderzogen werden/ vnd verhalten sich die Chorden A g, g d, wie ihre helffte A i, b h, vnd diese sinus verhalten sich wie A c, c b (wie leichtlich zu erachten) vnd A c, c B sind getheylet/wie K gegen L. Darumb schließlich/ so halten sich A g, g D, wie K gegen L, welches erstlich zu thun vnnd zu beweisen war.

Wann nun auff der Lini A g, die A n gleich k genommen/ vnd auß deren helffte m das Perpendicul m o, der I E parallel gezogen wirdt / berühret E A im o. Ist also o A der begerte Semidiameter deß Bogens/ so vmb gegebenen Winckel gerissen werden muß/daß darinn die zwey gegebene Chorden k l nach ihrer gröſſe eingeschrieben werden können/dann wie A zu A E, also m A zu A o, vnd weiset die Figur das vbrige. Anders kan solches auch / wie in der 19. Figur beschrieben/verrichtet/vnd das begerte erlangt werden.

Zum Beschluß.

Dieses sind also die solutiones auff fürgenommene Quæstiones, denen ich dann noch ein feine vnnd schwere Frage / daran sich sonsten viel bemühet/ wie sie von einem guten Freund allhie solviret / vnd an mich gelangt/zum Beschluß anhencken / vnnd den Kunstliebenden Leser bitten wöllen / so ich alles nicht / wie sichs gebühret / hette vorgebracht / oder etwas vbersehen were / er wölle solches gutwillig corrigiren / vnd meinen täglich obligenden Geschäfften / welche etwas wenig zeit / in diesem etwas zu verrichten/lassen/zumessen/ welchem ich mich dann zu gunsten befehle.

Frage.

25. Figur.

DRey Circkel im vierdten zu beschliessn
Können drey Linien werden gerissn.
Doch wann man zwo gezogen hat/
Ist jhr durchschnit deß Centri stat.
Wie sich nun dessen praxis helt/
In der Figur ist vorgestellt.
Vnd daß mans nicht versteh zu schlecht/
Sie ist auff all casus gerecht.
Ferner wil ichs nicht thun beschreibn/
Darmit die Künstler anzutreibn/
Solchs ebn zu suchn vnd leicht zu findn/
Da besser vortheyl wer dahinden/
Weyß nicht was funden hab Roman,
Vnd Vieta der trefflich Mann.
An meim beweiß kein zweiffel trag/
Obs leichter seyn mög/bleibt die Frag.
BRAMERE auß Geometrie
Sage/was sey ewre meynung hie.

I. M. M. D.

An die liebhabende der Mathematischen Künste.

WIdrumb all Künstler bitte ich/
Auff vorgesetzt bogen an mich
Ihre meynung zu sagen frey/
Dann ich nicht sind mes leichter sey

E N D E.

946929